



# UNIVERSIDAD DE SONORA

Unidad Regional Centro

División de Ingeniería

Departamento de Ingeniería Industrial

## LICENCIATURA EN INGENIERÍA INDUSTRIAL Y DE SISTEMAS

**Nombre de la Asignatura:** Calculo Diferencial e Integral III

<b>Clave:</b> 6889	<b>Créditos:</b> 8	<b>Horas totales:</b> 80	<b>Horas Teoría:</b> 3	<b>Horas Práctica:</b> 2	<b>Horas Semana:</b> 5
--------------------	--------------------	-----------------------------	------------------------	--------------------------	------------------------

**Modalidad:** Presencial

**Eje de formación:** Básico

**Elaborado por:** Dr. Carlos Figueroa Navarro y Dr. Ignacio Fonseca Chon

**Antecedente:** 6884 Calculo Diferencial e Integral II

**Consecuente:** 6895 Ecuaciones diferenciales

**Carácter:** Obligatoria

**Departamento de Servicio:** Matemáticas

### Propósito:

En particular en Ingeniería Industrial y de Sistemas, le permite aplicar esos conceptos al estudiar cursos posteriores donde se construyen modelos de producción, optimización, análisis de datos, por mencionar. La asignatura pertenece al eje de formación básico con carácter obligatorio. Se sugiere se seleccione en el cuarto semestre, después de cursas 6884 Calculo diferencial e integral II. El curso está diseñado para que el estudiante pueda representar conceptos, que aparecen en el campo de la ingeniería, por medio de vectores; resolver problemas en los que intervienen variaciones continuas; resolver problemas geométricos en forma vectorial; graficar funciones de varias variables; calcular derivadas parciales; resolver integrales dobles y triples; aplicar las integrales en el cálculo de áreas y volúmenes. Estos conocimientos son de utilidad en cursos posteriores cuando se realiza estimación de parámetros con varias variables como en diseño de experimentos, sistemas de producción I, diseño de instalaciones o en optimización.

## I. Contextualización

### Introducción:

El curso está diseñado de manera que posibilite al estudiante a representar conceptos, que aparecen en el campo de la ingeniería, por medio de vectores; resolver problemas en los que intervienen variaciones continuas; resolver problemas geométricos en forma vectorial; graficar funciones de varias variables; calcular derivadas parciales; resolver integrales dobles y triples; aplicar las integrales en el cálculo de áreas y volúmenes.

La asignatura pretende que al mismo tiempo que el alumno aprende el lenguaje de las matemáticas, adquiera estrategias para resolver problemas; elabore desarrollos analíticos; piense conceptualmente y aproveche los recursos que la tecnología ofrece, como el uso de software de álgebra simbólica, calculadora gráfica y computadora.

La materia tiene como propósito el tratamiento de los campos escalares y vectoriales, con el fin de entender muchos de los conceptos. También busca reforzar la importancia de la geometría y la física. La asignatura se enfoca en campos, como flujo de calor, flujo de energía, el gravitatorio o el asociado

con cargas; análisis que servirá para dar explicar varios subtemas del curso como álgebra vectorial, superficies de nivel, longitud de arco, vector tangente. Esto permitirá que el alumno adquiera conciencia de la importancia del concepto “Campo” en el desarrollo de las bases conceptuales de la física y la ingeniería, así como en el fortalecimiento del pensamiento científico.

En la última unidad se aborda el concepto Integral de Riemann de funciones de varias variables y el concepto de coordenadas esféricas y cilíndricas, cuya intención es mostrar el potencial del cálculo en las aplicaciones donde se calcula un volumen; es decir, no se pretende ser exhaustivo en la resolución de distintos problemas sólo sensibilizar al alumno, del potencial que tiene el uso de estas coordenadas.

En la Unidad didáctica I se estudia álgebra de vectores. El tema incluye la elaboración gráfica de una suma de vectores. Graficar los vectores de un campo vectorial a partir de una expresión de la física. Mostrar diversas gráficas de campos escalares y vectoriales. A partir de la geometría de las operaciones vectoriales, inducir la construcción de las propiedades de las operaciones.

En la Unidad didáctica II se abordan las curvas en  $R^2$  y ecuaciones paramétricas, aquí el alumno aprende a construir la gráfica de una curva plana en forma paramétrica eligiendo la técnica más apropiada. Visualizar, con ayuda del software, gráficas de curvas planas.

En la Unidad didáctica III se estudian las funciones vectoriales de una variable. Los alumnos asimilan los conocimientos de una función vectorial en distintos contextos y modelar problemas usando el concepto de vector

En la Unidad didáctica IV se abordan funciones reales de varias variables donde el alumno aprende a determinar gradientes, planos tangentes y valores extremos de una función.

En la Unidad didáctica V se estudia integración, donde el estudiante debe resolver integrales a partir de una situación real, eligiendo el sistema de coordenadas más adecuado.

<p><b>Perfil del(los) instructor(es):</b></p>	<p>Estudios:            Grado académico mínimo maestría. Egresado de alguna licenciatura en Matemáticas, en general que tenga una formación sólida en el área de esta asignatura, posea conocimientos acerca de la utilización de herramientas matemáticas en problemas de ingeniería y tenga disposición para incorporar el empleo de recursos computacionales en la enseñanza de este curso.</p> <p>Experiencia:            Docente. Al menos un año y medio a nivel superior o Profesional. Al menos tres de profesional en el campo.</p>
---	--

## II. Competencias a lograr

### Competencias genéricas a desarrollar:

- **Capacidad Comunicativa.**  
 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- **Capacidad para realizar investigación básica y aplicada.**

Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

Establece vínculos con las teorías que sostienen las actividades de aprendizaje.

▪ **Capacidad para la toma de decisiones.**

Desarrolla diferentes alternativas de solución del problema, viendo las ventajas y desventajas de utilizar una u otra y emitiendo informes sobre cada alternativa.

Reúne la información necesaria de cada alternativa presentada para solucionar el problema o situación.

▪ **Pensamiento crítico.**

Analiza críticamente los factores que influyen en su toma de decisiones.

▪ **Trabajo colaborativo.**

Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.

Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.

**Competencias específicas:**

**MATEMATICAS Y CIENCIAS**

Determinar un diseño de producto efectivo mediante la aplicación de los espacios vectoriales, números complejos y otras herramientas matemáticas para lograr desarrollos robustos.

Utilizar los principios fundamentales del cálculo para modelar problemas de la ingeniería eléctrica, industrial y mecánica.

Describir propiedades geométricas con análisis matemático. Aplicar herramientas vectoriales para representar rectas y planos. Identificar las ecuaciones de grado dos y tres con sus formas geométricas correspondientes. Formular y resolver problemas relativos a funciones y modelar fenómenos físicos, geométricos y de la ingeniería usando el aparato de cálculo.

Formular la geometría de un sistema con análisis vectorial.

Determinar longitudes de curvas, máximos y mínimos de volúmenes y áreas, centros de masa y momentos de inercia con herramientas de cálculo.

Formular los modelos matemáticos necesarios para definir la geometría de un producto, así como el uso de cálculo vectorial en el desarrollo de la ingeniería del diseño.

**Objetivo General:**

Analizar los problemas relativos a funciones reales de varias variables, modelar fenómenos físicos, geométricos y de la Ingeniería y resolver problemas no matemáticos utilizando conceptos y técnicas del Cálculo Diferencial e Integral de varias variables.

## Objetivos Específicos:

### 1. UNIDAD 1. FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES

- 1.1 Recordar la estructura algebraica de los vectores, sus propiedades e interpretaciones geométricas de las operaciones.
- 1.2 Utilizar el concepto de función vectorial de variable real y su derivada en la solución de problemas geométricos y físicos
- 1.3 Representar geoméricamente de tres variables (esferas, planos, paraboloides e hiperboloides) y su conexión como funciones de dos variables.
- 1.4 Diferenciar las relaciones de las funciones, estableciendo el dominio de la función
- 1.5 Utilizar el concepto de función de dos o tres variables, para modelar problemas geométricos, físicos y de la Ingeniería.

### 2. UNIDAD 2.- LÍMITES Y CONTINUIDAD.

- 2.1 Utilizar el concepto de convergencia de sucesiones para caracterizar los conceptos de límite y continuidad de funciones de varias variables.

### 3. UNIDAD 3.- DIFERENCIACIÓN DE FUNCIONES DE DOS VARIABLES.

- 3.1 Aplicar el concepto de derivada a derivadas parciales y parciales de orden superior.
- 3.2 Aplicar el concepto de gradientes y relacionarlo con las curvas de nivel de una función

### 4. ALGUNAS GENERALIZACIONES

- 4.1 Aplicar las transformaciones de coordenadas más usuales: de cartesianas a polares y viceversa, de coordenadas cartesianas a coordenadas cilíndricas y viceversa, de coordenadas cartesianas a esféricas y viceversa
- 4.2 Analizará la parametrización de las curvas y superficies que se generan a partir de los sistemas de coordenadas cartesianas, polares, cilíndricas y esféricas para generalizar a nuevas expresiones (como curvas y superficies con el uso de parámetros y restricciones al dominio de la función).
- 4.3 Establecerá la relación entre los dos conceptos fundamentales del cálculo: Derivada e Integral, y la correspondiente relación geométrica área-Tangente.
- 4.4 Aplicará la regla de la cadena en su versión general para la composición de funciones vectoriales

### 5. TEORÍA DE MÁXIMOS Y MÍNIMOS

- 5.1 Encontrará y clasificará los puntos críticos de una función de dos variables con características específicas (en términos de máximos o mínimos )
- 5.2 Aplicará el método de los multiplicadores de Lagrange para encontrar máximos o mínimos de funciones de dos y tres variables con restricciones.
- 5.3 Utilizará las técnicas de integración para el cálculo de integrales indefinidas.

### 6. INTEGRACIÓN

- 6.1 Calculará integrales dobles sobre regiones e interpretará las regiones sobre las que se calcula la integral doble.
- 6.2 Aplicará el teorema de cambio de variable en problemas de cálculo de áreas, volúmenes, centro de masa y momentos, geométricos, físicos y de ingeniería.

**Unidades Didácticas:**

- 1) Función de varias variables.
- 2) Límites y continuidad.
- 3) Diferenciación de funciones de dos variables.
- 4) Algunas generalizaciones.
- 5) Teoría de máximos y mínimos.
- 6) Integración.

### III. Didáctica del programa

**Unidad Didáctica 1. FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES**

- 1.1 Vectores, estructura algebraica (suma, multiplicación por escalar y propiedades, producto interior y propiedades, norma y propiedades).
- 1.2 Estudio de trayectorias (curvas) en el plano y en el espacio tridimensional Introducir La Derivada de las curvas con interpretaciones geométricas y físicas.
- 1.3 Funciones de dos variables
- 1.4 Conceptos de trazas y curvas de nivel.
- 1.5 Estudio de superficies representables por medio de gráficas de funciones de dos variables Las funciones como modelos de problemas físicos o geométricos.

**Unidad Didáctica 2.- LÍMITES Y CONTINUIDAD EN  $R^2$  Y  $R^3$** 

- 2.1 El concepto del límite para sucesiones y funciones de dos variables.
- 2.2 El concepto de continuidad para funciones de dos y tres variables

**Unidad Didáctica 3.- DIFERENCIACIÓN DE FUNCIONES DE DOS VARIABLES**

- 3.1 El concepto de derivada parcial
- 3.2 Derivadas parciales de orden superior
- 3.3 El concepto del diferencial
- 3.4 Planos tangentes
- 3.5 Derivadas direccionales
- 3.6 El concepto del gradiente y su interpretación geométrica

**Unidad Didáctica 4.- ALGUNAS GENERALIZACIONES**

- 4.1 Transformaciones de sistemas de coordenadas del plano y del espacio.
- 4.2 Parametrización de curvas y superficies
- 4.3 Diferenciación de funciones vectoriales de variable vectorial
- 4.4 La Regla de la Cadena.  
Fórmulas de simplificación en los casos más usuales

Expresión de la regla de la cadena para funciones composición de funciones vectoriales

**Unidad Didáctica 5.- TEORÍA DE MÁXIMOS Y MÍNIMOS.**

- 5.1 Definiciones y conceptos básicos de máximo, mínimo y punto silla
- 5.2 Criterios de clasificación usando el gradiente
- 5.3 Resultados importantes de clasificación de puntos críticos
- 5.4 El método de los multiplicadores de Lagrange
- 5.5 Modelado de problemas

**Unidad Didáctica 6.- INTEGRACIÓN**

- 6.3 El concepto de la integral definida para funciones de dos variables.
- 6.4 Integrales repetidas
- 6.5 Interpretación geométrica y uso de las integrales dobles
- 6.6 Integrales sobre rectángulos
- 6.7 Integrales sobre regiones del plano
- 6.8 Cálculo de volúmenes
- 6.9 Cálculos de centro de masa y momentos de inercia
- 6.10 El teorema de cambio de variable

***Criterios de desempeño***

- 1. Elaboración de síntesis de lecturas bibliográficas y de revistas especializadas
- 2. Participación activa en clase
- 3. Ser puntuales.
- 4. Participación en la plataforma [www.moodleadmin.uson.mx](http://www.moodleadmin.uson.mx)
- 5. Asistencia. Es muy importante. Tomar en cuenta el Reglamento Escolar:  
<http://www.unison.edu.mx/institucional/marconormativo/reglamentosescolares/Reglamento-Escolar-2015.pdf>
- 6. Cumplir cabal y puntualmente con todas las actividades y trabajos.
- 7. Hacer los exámenes en las fechas programadas.

***Experiencias de Enseñanza / procesos y objetos de aprendizaje requeridos***

- 1. Exposición del maestro
- 2. Exposición de alumnos
- 3. Actividades en laboratorios relacionados

***Experiencias de aprendizaje.***

- 1. Lectura previa de los materiales
- 2. Realización de ejercicios y tareas
- 3. Realización de exámenes
- 4. Investigación de artículos de divulgación científica

***Recursos didácticos y tecnológicos (material de apoyo):***

- 1. Laptop del participante y del instructor
- 2. Cañón
- 3. Pintarrón

4. Conexión a internet
5. Notas de clase
6. Material de ensamble para prácticas de laboratorio
7. Ejercicios a resolver en clase
8. Estructura curricular del programa educativo.

## IV. Bibliografía

Bibliografía	Básica / Complementaria
Colley, S. J. (2013). Cálculo vectorial 4ª Ed. México: Prentice Hall/Pearson	<i>Básica</i>
Marsden, E., Tromba, A. J.(2013). Cálculo Vectorial, 5ª Ed. México: Addison Wesley Longman/ Pearson	<i>Básica</i>
Kreyszig, E. (1982). Matemáticas avanzadas para Ingeniería, Vol.2, 3ª Ed. México: Limusa	<i>Complementaria</i>
Anton, H. (2009). Cálculo multivariable, 2ª Ed. México: Limusa	<i>Básica</i>

## V Evaluación Formativa de las Competencias

#	Tipo (C,H, A)	Evidencias a evaluar	Criterios de evaluación	Técnicas e Instrumentos de Evaluación	Ponderación %
1	C	Examen parcial	Se evaluará el nivel de conocimientos adquiridos en relación a las unidades 1 y 2	Examen escrito	20 %
	H, A	Exposiciones de casos de estudio	Se evaluará la capacidad, habilidades y actitudes en relación a trabajo en equipo, lectura y análisis de casos, exposición, organización de ideas.	Diseño, debate, Organización y presentación de casos de estudio	10 %
2		Examen parcial	Se evaluará el nivel de conocimientos adquiridos en relación a la unidad 3	Examen escrito	20 %

3	C	Examen parcial	Se evaluará el nivel de conocimientos adquiridos en relación a la unidad 4	Evidencias de práctica de laboratorio	20 %
4	C	Examen parcial	Se evaluará el nivel de conocimientos adquiridos en relación a la unidad 5 y 6	Examen escrito	20 %
	H, A	Participación activa en clase	Se evaluarán las habilidades de comunicación, organización y actitudes de trabajo y compromiso del alumno	Participación en clases y asistencia	10 %
				<b>Total</b>	<b>100 %</b>